

## 1. Reelle Zahlen

1 Wie heißt die fehlende Zahl und wie wird sie geschrieben?

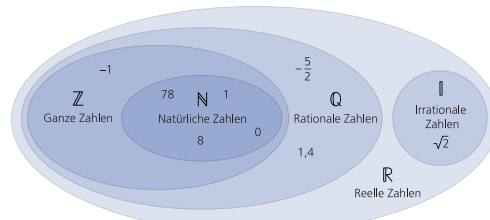
|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30  |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50  |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60  |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70  |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90  |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

Zahlen sind aus unserem Leben gar nicht wegzudenken. Sie sind überall, ob als Hausnummern, Autokennzeichen, Geld oder Telefonnummern.



| Zahl | Deutsch          | Englisch     |
|------|------------------|--------------|
| 4    | vier             | four         |
| 12   | zwölf            | twelve       |
| 17   | siebzehn         | seventeen    |
| 23   | dreiundzwanzig   | twenty-three |
| 25   | fünfundzwanzig   | twenty-five  |
| 32   | zweiunddreißig   | thirty-two   |
| 36   | sechsenddreißig  | thirty-six   |
| 40   | vierzig          | forty        |
| 45   | fünfundvierzig   | forty-five   |
| 48   | achtundvierzig   | forty-eight  |
| 52   | zweiundfünfzig   | fifty-two    |
| 59   | neunundfünfzig   | fifty-nine   |
| 63   | dreiundsechzig   | sixty-three  |
| 67   | siebenundsechzig | sixty-seven  |
| 71   | einundsiebzig    | seventy-one  |
| 74   | vierundsiebzig   | seventy-four |
| 84   | vierundachtzig   | eighty-four  |
| 98   | achtundneunzig   | ninety-eight |
| 100  | ehundert         | one hundred  |

## 1. Reelle Zahlen



In der Schule (Grundschule) lernt man zunächst einmal vor allem mit den natürlichen Zahlen zu arbeiten. Das sind die Zahlen, die beim Zählen verwendet werden: 1, 2, 3, 4, 5, 6 und so weiter. Als Symbol verwendet man ein N mit einem Doppelstrich. Der Doppelstrich kommt auch bei allen anderen Symbolen für Zahlenbereiche vor. Die Null gehörte ursprünglich nicht zu den natürlichen Zahlen. Heute wird sie aber häufig zu den natürlichen Zahlen dazugezählt.

Als Nächstes lernt man meist die ganzen Zahlen kennen. Dies sind alle Zahlen, die keine Nachkommastellen haben. Sie dürfen allerdings negativ sein. Abgekürzt werden sie mit einem Z mit Doppelstrich.

Dann folgen die rationalen Zahlen. Diese Zahlenmenge umfasst neben den ganzen Zahlen auch viele Kommazahlen. Allgemein gesprochen sind alle Zahlen rational, die sich als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellen lassen. Das Zeichen für die rationalen Zahlen ist das Q.

Irrationale Zahlen sind alle Zahlen, die nicht zu der Menge der rationalen Zahlen gehören. Beispiele für solche Zahlen sind die Zahl Pi und die meisten Wurzeln. Das Zeichen ist das I.

Die übergeordnete Menge der hier vorgestellten Zahlenbereiche sind die reellen Zahlen. Sie umfassen die natürlichen Zahlen, die ganzen Zahlen, die rationalen Zahlen und die irrationalen Zahlen. Das Symbol für die reellen Zahlen ist das R.

2 Wie viele Zahlenmengen kennst du?

Nenne diese Zahlenmengen und schreibe deren Abkürzungen auf: **N, Z, Q, I, R**

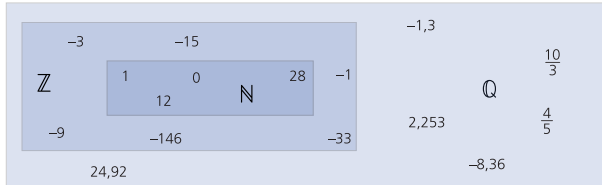
Setze richtig ein: \_\_\_\_ ist Teilmenge ( $\subset$ ) von \_\_\_\_, \_\_\_\_ ist keine Teilmenge ( $\not\subset$ ) von \_\_\_\_

|   |               |   |
|---|---------------|---|
| N | $\subset$     | Q |
| Q | $\not\subset$ | Z |
| R | $\not\subset$ | N |
| N | $\subset$     | Z |

|   |               |   |
|---|---------------|---|
| Z | $\subset$     | Q |
| R | $\not\subset$ | Q |
| Z | $\not\subset$ | N |
| I | $\subset$     | R |

### 1.1. Rationale und irrationale Zahlen

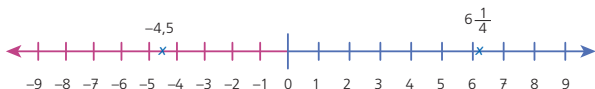
Zu den rationalen Zahlen (Q) gehören neben den Bruchzahlen auch die natürlichen Zahlen (N) und die ganzen Zahlen (Z).



3 Ergänze die Tabelle! Zahlen können auch mehreren Zahlenmengen angehören!

|   | -5 | 3 | $0,2$ | $-\frac{1}{4}$ | +13,07 | 0 | $+1\frac{23}{25}$ | -0,75 | +3,25 |
|---|----|---|-------|----------------|--------|---|-------------------|-------|-------|
| N | X  | ✓ | X     | X              | X      | ✓ | X                 | X     | X     |
| Z | ✓  | ✓ | X     | X              | X      | ✓ | X                 | X     | X     |
| Q | ✓  | ✓ | ✓     | ✓              | ✓      | ✓ | ✓                 | ✓     | ✓     |

Rationale Zahlen lassen sich als Punkte auf einer Zahlengeraden darstellen:



Übrigens: Zwischen zwei rationalen Zahlen liegt IMMER eine weitere rationale Zahl.

Rationale Zahlen haben im Gegensatz zu den natürlichen oder ganzen Zahlen keine Nachbarn. Man kann nämlich, auch wenn man glaubt, einen „Nachbarn“ zu einer rationalen Zahl gefunden zu haben, zwischen den beiden eine Zahl (eigentlich sogar unendlich viele weitere Zahlen) entdecken!

Beispiel: zwischen  $\frac{5}{8}$  und  $\frac{6}{8}$  liegt zum Beispiel  $\frac{11}{16}$ .

Es gibt keine größte und keine kleinste rationale Zahl. Es gibt also unendlich viele rationale Zahlen.

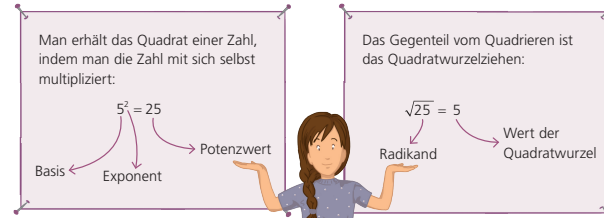
Zu den irrationalen Zahlen gehören alle unendlichen, nicht periodischen Dezimalzahlen.

Sie lassen sich NICHT ALS BRUCH schreiben.

Die Menge der rationalen Zahlen (Q) und die Menge der irrationalen Zahlen (I) ergeben zusammen die Menge der reellen Zahlen (R).



### 1.2. Beispiele für irrationale Zahlen



Nur wenige Quadratwurzeln ergeben den Rest null. Die meisten Ergebnisse beim Berechnen einer Quadratwurzel sind irrational, sind also unendliche, nicht periodische Dezimalzahlen.

Beispiel:  $\sqrt{2} = 1,4142135623730950488016887242096...$   
 $\sqrt{3} = 1,7320508075688772935274463415058...$

Es würde sich bei diesen Werten nie eine Periode ergeben!



4 Ergänze!

| Zahl | Quadrat |
|------|---------|
| 1    | 1       |
| 2    | 4       |
| 3    | 9       |
| 4    | 16      |
| 5    | 25      |
| 6    | 36      |
| 7    | 49      |
| 8    | 64      |
| 9    | 81      |
| 10   | 100     |
| 11   | 121     |
| 12   | 144     |
| 13   | 169     |
| 14   | 196     |
| 15   | 225     |
| 16   | 256     |
| 17   | 289     |
| 18   | 324     |
| 19   | 361     |
| 20   | 400     |

| Quadratzahl | Quadratwurzel |
|-------------|---------------|
| 1           | 1             |
| 4           | 2             |
| 9           | 3             |
| 16          | 4             |
| 25          | 5             |
| 36          | 6             |
| 49          | 7             |
| 64          | 8             |
| 81          | 9             |
| 100         | 10            |
| 121         | 11            |
| 144         | 12            |
| 169         | 13            |
| 196         | 14            |
| 225         | 15            |
| 256         | 16            |
| 289         | 17            |
| 324         | 18            |
| 361         | 19            |
| 400         | 20            |

## 1.2. Beispiele für irrationale Zahlen

### 5 Berechne!

II H1 K2

Verwende dafür einen Taschenrechner oder ein Tabellenkalkulationsprogramm und ordne richtig zu!

Wenn du noch Hilfe beim Arbeiten mit dem Tabellenkalkulationsprogramm brauchst, dann schau dir Kapitel 10.3 an.



|              | Rationale Zahl | Irrationale Zahl |
|--------------|----------------|------------------|
| $\sqrt{2}$   |                | 1,414...         |
| $\sqrt{33}$  |                | 5,744...         |
| $\sqrt{1}$   | 1              |                  |
| $\sqrt{10}$  |                | 3,162...         |
| $\sqrt{9}$   | 3              |                  |
| $\sqrt{50}$  |                | 7,071...         |
| $\sqrt{100}$ | 10             |                  |

|             | Rationale Zahl | Irrationale Zahl |
|-------------|----------------|------------------|
| $\sqrt{16}$ | 4              |                  |
| $\sqrt{64}$ | 8              |                  |
| $\sqrt{91}$ |                | 9,539...         |
| $\sqrt{13}$ |                | 3,605...         |
| $\sqrt{49}$ | 7              |                  |
| $\sqrt{25}$ | 5              |                  |
| $\sqrt{36}$ | 6              |                  |

### 6 Berechne ebenso mit dem Taschenrechner und ordne richtig zu!

II H1 K2

|                        | Rationale Zahl | Irrationale Zahl |
|------------------------|----------------|------------------|
| $\sqrt{19+6}$          | 5              |                  |
| $\sqrt{20+7}$          |                | 5,196...         |
| $\sqrt{79+2}$          | 9              |                  |
| $\sqrt{\frac{16}{25}}$ | $\frac{4}{5}$  |                  |
| $\sqrt{112-12}$        | 10             |                  |
| $\sqrt{23+26}$         | 7              |                  |
| $\sqrt{\frac{1}{5}}$   |                | 0,447...         |

|                        | Rationale Zahl | Irrationale Zahl |
|------------------------|----------------|------------------|
| $\sqrt{0,0064}$        | 0,08           |                  |
| $\sqrt{6+3}$           | 3              |                  |
| $\sqrt{36-11}$         | 5              |                  |
| $\sqrt{\frac{1}{4}}$   | $\frac{1}{2}$  |                  |
| $\sqrt{2+6}$           |                | 2,828...         |
| $\sqrt{0,5}$           |                | 0,707...         |
| $\sqrt{\frac{25}{36}}$ | $\frac{5}{6}$  |                  |

## 1.3. Wurzeln durch Intervallschachtelung bestimmen

Alle Quadratwurzeln aus natürlichen Zahlen, die keine Quadratzahlen sind, sind also irrationale Zahlen.

Man kann mithilfe einer Intervallschachtelung von jeder dieser Zahlen die Wurzel (ohne Taschenrechner) auf beliebig viele Dezimalstellen genau bestimmen:

Beispiel:  $\sqrt{5}$

$$2 < \sqrt{5} < 3 \quad \text{Grund: } 2^2 < 5 < 3^2 \quad 2,2 < \sqrt{5} < 2,3 \quad \text{Grund: } 2,2^2 < 5 < 2,3^2$$

$\sqrt{5}$  liegt im Intervall von 2 und 3.  $\sqrt{5}$  liegt im Intervall von 2,2 und 2,3.

### 7 Zwischen welchen natürlichen Zahlen liegen die folgenden Quadratwurzeln?

II H1 K2

|   |             |   |
|---|-------------|---|
| 2 | $\sqrt{7}$  | 3 |
| 3 | $\sqrt{13}$ | 4 |
| 4 | $\sqrt{21}$ | 5 |
| 5 | $\sqrt{27}$ | 6 |

|    |              |    |
|----|--------------|----|
| 7  | $\sqrt{53}$  | 8  |
| 8  | $\sqrt{67}$  | 9  |
| 11 | $\sqrt{132}$ | 12 |
| 17 | $\sqrt{299}$ | 18 |

### 8 Nähere den Wert der Quadratwurzel mit einer Intervallschachtelung an!

II H1 K2

Mithilfe der Intervallschachtelung lassen sich Wurzeln auch ohne Taschenrechner ziehen.

a)  $\sqrt{8}$   $2,82 < \sqrt{8} < 2,83$

b)  $\sqrt{17}$   $4,12 < \sqrt{17} < 4,13$

c)  $\sqrt{23}$   $4,79 < \sqrt{23} < 4,80$

d)  $\sqrt{30}$   $5,47 < \sqrt{30} < 5,48$

e)  $\sqrt{43}$   $6,55 < \sqrt{43} < 6,56$

f)  $\sqrt{64}$   $\sqrt{64} = 8$

g)  $\sqrt{125}$   $11,18 < \sqrt{125} < 11,19$

h)  $\sqrt{93}$   $9,64 < \sqrt{93} < 9,65$

Beispiel:  $\sqrt{13}$

$$3^2 < 13 < 4^2 \rightarrow 3 < \sqrt{13} < 4$$

$$3,6^2 < 13 < 3,7^2 \rightarrow 3,6 < \sqrt{13} < 3,7$$

$$3,60^2 < 13 < 3,61^2 \rightarrow$$

$$3,60 < \sqrt{13} < 3,61$$

Wird bei einer solchen Aufgabe ganz auf den Taschenrechner verzichtet, so ist eine Menge an Nebenrechnungen notwendig.



## 1.4. Rechnen mit Quadratwurzeln

Für das Addieren und Subtrahieren von Wurzeln gibt es keine Vereinfachungsregel:

$$\sqrt{6} + \sqrt{4} \neq \sqrt{6+4} \quad \sqrt{6} - \sqrt{4} \neq \sqrt{6-4}$$

Bei den folgenden Aufgaben kannst du das Verteilungsgesetz anwenden:

$$5 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{5} = (5+2) \cdot \sqrt{5} = 7 \cdot \sqrt{5}$$

$$9 \cdot \sqrt{3} - 5 \cdot \sqrt{3} = (9-5) \cdot \sqrt{3} = 4 \cdot \sqrt{3}$$

Erinnerst du dich noch? Was besagt das Verteilungsgesetz?



### 9 Vereinfache die folgenden Terme!

II H2 K1

|                                    |                        |
|------------------------------------|------------------------|
| $4\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$            | $11\sqrt{5}$           |
| $8\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$            | $6\sqrt{3}$            |
| $\sqrt{6} + 5\sqrt{6} - 8\sqrt{6}$ | $-2\sqrt{6}$           |
| $\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$             | $\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ |

|                                                |                                      |
|------------------------------------------------|--------------------------------------|
| $\sqrt{7} + \sqrt{7} + \sqrt{7} + \sqrt{7}$    | $4\sqrt{7}$                          |
| $11\sqrt{11} - 12\sqrt{11}$                    | $-\sqrt{11}$                         |
| $2\sqrt{5} + 7\sqrt{2} - 3\sqrt{5} + \sqrt{2}$ | $-\sqrt{5} + 8\sqrt{2}$              |
| $2\sqrt{15} - \sqrt{3} \cdot 5$                | $2\sqrt{15} - \sqrt{15} = \sqrt{15}$ |

### Multiplikation einer Zahl mit einer Wurzel

Wenn eine ganze Zahl und eine Wurzel miteinander multipliziert werden, kann man das Multiplikationszeichen weglassen:

$$5 \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

### Multiplikation und Division zweier Wurzeln

Die Wurzel eines Produkts kannst du in das Produkt zweier Wurzeln umwandeln, ebenso kannst du die Wurzel eines Quotienten in den Quotienten zweier Wurzeln umwandeln:

1. Art:  $\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{4 \cdot 9} = \sqrt{36} = 6$   
 2. Art:  $\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{4} \cdot 3 = 2 \cdot 3 = 6$

1. Art:  $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{36}{9}} = \sqrt{4} = 2$   
 2. Art:  $\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{9}} = \frac{6}{3} = 2$

Du hast sicher erkannt: Man multipliziert (dividiert) Quadratwurzeln, indem man ihre Radikanden miteinander multipliziert (dividiert).



## 1.4. Rechnen mit Quadratwurzeln

### 10 Berechne! Verwende eine der genannten Rechenregeln!

II H2 K1

|                             |    |
|-----------------------------|----|
| $\sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$  | 9  |
| $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$   | 4  |
| $\sqrt{144} \cdot \sqrt{4}$ | 24 |

|                               |     |
|-------------------------------|-----|
| $\sqrt{121} \cdot \sqrt{225}$ | 165 |
| $\sqrt{361} \cdot \sqrt{16}$  | 76  |
| $\sqrt{16} \cdot \sqrt{81}$   | 36  |

### 11 Berechne! Verwende die Rechenregel!

II H2 K1

|                              |               |
|------------------------------|---------------|
| $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{32}}$ | $\frac{1}{4}$ |
| $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$  | 2             |

|                                       |               |
|---------------------------------------|---------------|
| $\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{2 \cdot 2}}$ | 8             |
| $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{144}}$        | $\frac{1}{3}$ |

### 12 Richtig oder falsch? Korrigiere, wenn nötig!

II H2 K1

|                                                        |                    |
|--------------------------------------------------------|--------------------|
| $\sqrt{2} \cdot \sqrt{16} = 4 \cdot \sqrt{2}$          | R                  |
| $\sqrt{9} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{18}$                  | $\sqrt{81} = 9$    |
| $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{175}$ | $5 \cdot \sqrt{6}$ |

|                                            |                    |
|--------------------------------------------|--------------------|
| $\frac{\sqrt{32}}{2} = 4$                  | $2 \cdot \sqrt{2}$ |
| $\frac{\sqrt{289}}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$ | R                  |
| $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{7}} = 2$           | R                  |

### 13 Bringe die folgenden Faktoren unter die Wurzel!

II H2 K1

|                      |                              |                       |                     |
|----------------------|------------------------------|-----------------------|---------------------|
| $8 \cdot \sqrt{5}$   | $2 \cdot \sqrt{3}$           | $3 \cdot \sqrt{2}$    | $8 \cdot \sqrt{13}$ |
| $\sqrt{320}$         | $\sqrt{12}$                  | $\sqrt{18}$           | $\sqrt{832}$        |
| $0,5 \cdot \sqrt{2}$ | $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{6}$ | $0,25 \cdot \sqrt{2}$ | $11 \cdot \sqrt{6}$ |
| $\sqrt{0,5}$         | $\sqrt{\frac{8}{3}}$         | $\sqrt{\frac{1}{8}}$  | $\sqrt{726}$        |

$$7 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{7^2 \cdot 3} = \sqrt{49 \cdot 3} = \sqrt{147}$$



## 1.4. Rechnen mit Quadratwurzeln

### Teilweises (partielles) Wurzelziehen

Man zerlegt dabei den Radikanden in ein Produkt aus Quadratzahlen und Zahlen, die keine Quadratzahlen sind. Das nennt man „Faktorisieren“. Die Wurzel der Quadratzahl(en) kannst du dann berechnen:

$$\sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2 \cdot \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

Oft, vor allem bei größeren Zahlen, hilft ein Zerlegen in Primfaktoren.

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5 \cdot \sqrt{3}$$



### 14 Vereinfache die Wurzelausdrücke durch partielles Wurzelziehen!

II H2 K2

Das Gegenteil von „einen Faktor unter die Wurzel bringen“ ist das partielle (= teilweise) Wurzelziehen!

|               |             |                |              |
|---------------|-------------|----------------|--------------|
| $\sqrt{32} =$ | $4\sqrt{2}$ | $\sqrt{90} =$  | $3\sqrt{10}$ |
| $\sqrt{80} =$ | $4\sqrt{5}$ | $\sqrt{252} =$ | $6\sqrt{7}$  |
| $\sqrt{48} =$ | $4\sqrt{3}$ | $\sqrt{180} =$ | $6\sqrt{5}$  |

### Den Nenner rational machen

Gibt es bei einem Bruch im Nenner Quadratwurzeln, dann sollte man diesen so umformen, dass nur mehr rationale Zahlen im Nenner stehen. Niemand dividiert schon gerne durch unendliche, nichtperiodische Dezimalzahlen. Man erweitert den Bruch geschickt – nämlich mit der Wurzel, die unterhalb des Bruchstriches steht – und nennt dieses Verfahren „Rational machen des Nenners“.

Außerdem sieht der umgeformte Term meist einfacher aus:

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

Weitere Beispiele:

$$\frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{2}{2+\sqrt{3}} = \frac{2 \cdot (2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3}) \cdot (2-\sqrt{3})} = \frac{4-2\sqrt{3}}{4-3} = 4-2\sqrt{3}$$

### 15 Erweitere die Brüche so, dass der Nenner keine Wurzel mehr aufweist!

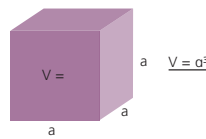
II H2 K2

Kürze wenn möglich!

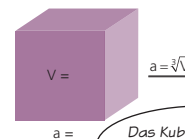
|                        |                         |                        |                        |
|------------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|
| $\frac{8}{\sqrt{8}} =$ | $\frac{16}{\sqrt{3}} =$ | $\frac{2}{\sqrt{5}} =$ | $\frac{4}{\sqrt{2}} =$ |
| $2 \cdot \sqrt{2}$     | $\frac{16\sqrt{3}}{3}$  | $\frac{2\sqrt{5}}{5}$  | $2\sqrt{2}$            |

## 1.5. Kubieren und Kubikwurzel ziehen

Das **Erheben zur dritten Potenz** nennt man Kubieren.



Beim Kubikwurzelziehen wird eine Zahl gesucht, die **zweimal mit sich selbst multipliziert die Zahl unter der Wurzel** ergibt.



Das Kubikwurzelziehen ist die Umkehroperation zum Kubieren.



### 16 Ermittle die Kuben der Zahlen von 1 – 12!

II H2 K2

| x              | 1 | 2 | 3  | 4  | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10    | 11    | 12    |
|----------------|---|---|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|-------|-------|
| x <sup>3</sup> | 1 | 8 | 27 | 64 | 125 | 216 | 343 | 512 | 729 | 1 000 | 1 331 | 1 728 |

### 17 Berechne!

II H2 K2

|          |          |          |           |           |                       |
|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------------------|
| $18^3 =$ | $37^3 =$ | $78^3 =$ | $0,3^3 =$ | $1,3^3 =$ | $(-\frac{3}{14})^3 =$ |
| 5 832    | 50 653   | 474 552  | 0,027     | 2,197     | $-\frac{27}{2 744}$   |

### 18 Berechne mit deinem Taschenrechner die Kubikwurzel der folgenden Zahlen!

II H2 K2

|    |     |     |
|----|-----|-----|
| 8  | 125 | 216 |
| =2 | =5  | =6  |

|     |       |           |     |     |       |
|-----|-------|-----------|-----|-----|-------|
| 512 | 2 744 | 0,012 167 | 343 | 729 | 1 000 |
| =8  | =14   | =0,23     | =7  | =9  | =10   |

Wenn es keine  $\sqrt[3]{\phantom{x}}$ -Taste gibt: Drücke die Zahl 3 (für die 3. Wurzel), drücke die Wurzelaste ( $\sqrt{\phantom{x}}$ ), gib den Radikanden ein und betätige die =-Taste.



### 19 Berechne mit deinem Taschenrechner die Kuben der folgenden Zahlen!

II H2 K2

| x              | 34     | 70      | 111       | 98      | 64      | 62      | 49      |
|----------------|--------|---------|-----------|---------|---------|---------|---------|
| x <sup>3</sup> | 39 304 | 343 000 | 1 367 631 | 941 192 | 262 144 | 238 328 | 117 649 |

## 1.5. Kubieren und Kubikwurzel ziehen

### 20 Berechne!

II H2 K2

|           |            |                      |                  |
|-----------|------------|----------------------|------------------|
| $48^3 =$  | 110 592    | $0,9^3 =$            | 0,729            |
| $57^3 =$  | 185 193    | $3,3^3 =$            | 35,937           |
| $71^3 =$  | 357 911    | $(-\frac{1}{5})^3 =$ | $-\frac{1}{125}$ |
| $258^3 =$ | 17 173 512 | $(-\frac{1}{4})^3 =$ | $-\frac{1}{64}$  |

### 21 Berechne mit deinem Taschenrechner die Kubikwurzel der folgenden Zahlen!

II H2 K2

Berechne anschließend vom Ergebnis die Quadratzahl!

|           | Kubikwurzel | Quadratzahl |
|-----------|-------------|-------------|
| 64        | 4           | 16          |
| 1 000 000 | 100         | 10 000      |
| 512       | 8           | 64          |
| 1 331     | 11          | 121         |
| 13 824    | 24          | 576         |
| 35 937    | 33          | 1 089       |
| 729       | 9           | 81          |
| 17 576    | 26          | 676         |

### 22 Finde 2 Zahlen, deren Kubikwurzel und deren Quadrat beide kleiner als 100 sind!

II H2 K2

Finde passende Zahlen und schreibe zu jeder deine Rechnung auf: Berechne die Kubikwurzel und das Quadrat – beide Ergebnisse sollen kleiner als 100 sein.

$$\sqrt[3]{8} = 2 \text{ und } 8^2 = 64 - \text{beide kleiner als 100}$$

$$\sqrt[3]{9} \approx 2,08 \text{ und } 9^2 = 81 - \text{beide kleiner als 100}$$



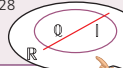
## 1.6. Reelle Zahlen (Zusammenfassung)

Zahlen, die sich als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellen lassen, heißen **rationale Zahlen**. Sie haben entweder keine, endlich viele oder unendlich viele periodische Dezimalstellen.

Beispiele für rationale Zahlen:

$$7 = \frac{7}{1}, 0,3 = \frac{3}{10}, \frac{2}{9} = 0,2\overline{2},$$

$$-1\frac{4}{7} = -1,571428\overline{571428}$$



Zahlen, die sich nicht als Bruch zweier ganzer Zahlen darstellen lassen, nennt man **irrationale Zahlen**. Sie haben unendlich viele Dezimalstellen, die nicht periodisch sind.

Beispiele für irrationale Zahlen:

$$\sqrt{2} = 1,4142135\ldots$$

$$\sqrt[3]{33} = 3,0123466\ldots$$

Die Kreiszahl  $\pi$  ist auch eine irrationale Zahl:  $\pi = 3,14159 \ldots$  (siehe Kapitel 4 „Kreisberechnungen“)

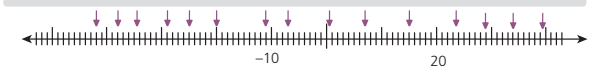
### 23 Schreibe diese Zahlen von links nach rechts in dein Heft!

II H1 K1

Die Pfeile bezeichnen rationale Zahlen. Sie sind teilweise sehr eng beieinander, deshalb schreib die Zahlen bitte nicht über die Pfeile!



-3,2; -2,8; -2,45; -1,9; -1,5; -1; -0,1; 0,3; 1,05; 1,7; 2,5; 3,35; 3,9; 4,1; 4,95



-4,2; -38; -34,5; -29; -25; -20; -11; -7; 0,5; 7; 15; 23,5; 29; 34; 39,5



-9 020; -8 965; -8 890; -8 850; -8 800; -8 710; -8 640; -8 605; -8 530; -8 450; -8 365; -8 260; -8 215; -8 180



-0,415; -0,37; -0,335; -0,28; -0,24; -0,19; -0,095; -0,06; 0,025; 0,08; 0,14; 0,205; 0,28; 0,36; 0,425

## 2. Die Satzgruppe des Pythagoras

Es geht bei der **Satzgruppe des Pythagoras** eigentlich um drei Sätze der Mathematik, die sich mit Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken auseinandersetzen:

- Satz des Pythagoras (Hypotenusensatz)
- Kathetensatz des Euklid
- Höhensatz des Euklid



Du wirst dich jetzt zu Recht fragen: Was haben die alten Griechen Pythagoras und Euklid mit unserer Mathematik zu tun? Sehr viel! Denn ihre Erkenntnisse gelten noch immer.

Pythagoras war ein griechischer Philosoph und Mathematiker, der im 6. Jahrhundert vor Christus auf Samos (griechische Insel) geboren wurde. Als Vierzjähriger verließ er seine griechische Heimat und wanderte nach Süditalien aus.

Dort gründete er eine Schule und betätigte sich auch politisch. Trotz intensiver Bemühungen der Forschung gehört er noch heute zu den rätselhaftesten Persönlichkeiten der Antike. Er starb ca. 510 vor Christus.

### Und Euklid?

Nun, er war ein griechischer Mathematiker, der um 350 vor Christus geboren wurde und später in Alexandria lebte. In seinem berühmtesten Werk „Elemente“ trug er das Wissen der griechischen Mathematik seiner Zeit zusammen.

Er zeigte darin die Konstruktion geometrischer Objekte, natürlicher Zahlen sowie bestimmter Größen und untersuchte deren Eigenschaften.



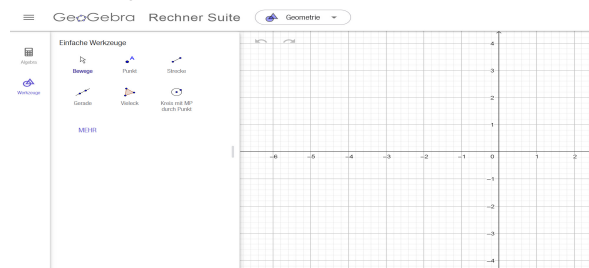
Bevor wir euch den Satz von Pythagoras näherbringen wollen, stellen wir euch noch eine App vor, die ihr bei vielen geometrischen Aufgaben verwenden könnt, aber euch auch beim Rechnen hilft: **GeoGebra**

## 2.1. Arbeit mit GeoGebra

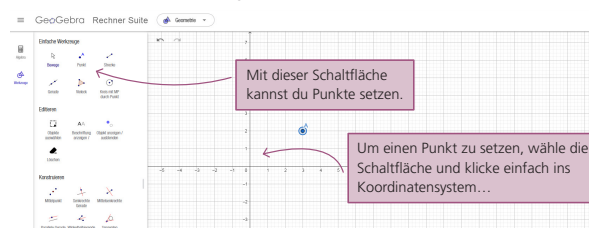
Viele Menschen auf der Welt verwenden GeoGebra, um Mathe zu lernen. Du kannst damit

- Konstruktionen mit Punkten, Strecken, Vielecken, Winkeln und Kreisen erstellen
- Längen und Flächen messen
- Figuren spiegeln und drehen
- Kegelschnitte konstruieren

So sieht der Einstiegsbildschirm aus:

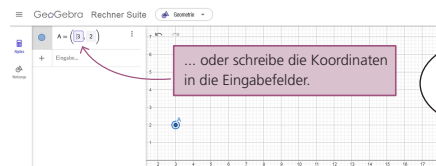


Hier siehst du die verschiedenen Möglichkeiten, mit GeoGebra zu arbeiten:



Mit dieser Schaltfläche kannst du Punkte setzen.

Um einen Punkt zu setzen, wähle die Schaltfläche und klicke einfach ins Koordinatensystem...

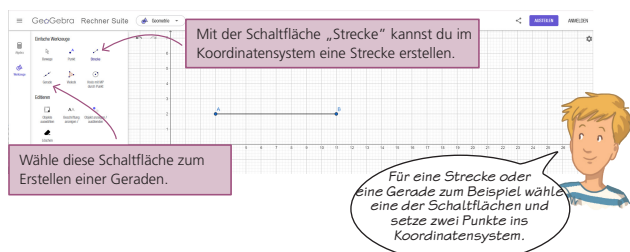


... oder schreibe die Koordinaten in die Eingabefelder.

Du findest GeoGebra im Internet unter [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). Wähle Rechner!



## 2.1. Arbeit mit GeoGebra

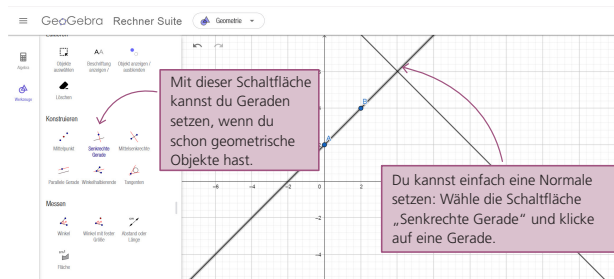


Mit der Schaltfläche „Strecke“ kannst du im Koordinatensystem eine Strecke erstellen.

Wähle diese Schaltfläche zum Erstellen einer Geraden.

Für eine Strecke oder eine Gerade zum Beispiel wähle eine der Schaltflächen und setze zwei Punkte ins Koordinatensystem.

### Konstruieren



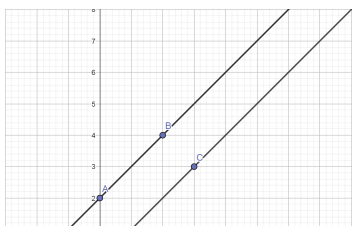
Mit dieser Schaltfläche kannst du Geraden setzen, wenn du schon geometrische Objekte hast.

Du kannst einfach eine Normale setzen: Wähle die Schaltfläche „Senkrechte Gerade“ und klicke auf eine Gerade.

Für eine Parallele wähle die Schaltfläche „Parallel Gerade“ und klicke auf eine Gerade.

Wenn du die Maus jetzt bewegst, kannst du die Parallele dorthin ziehen, wo du sie brauchst.

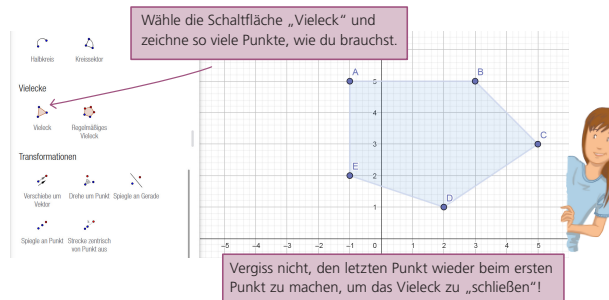
Nochmal klicken, und die Parallele ist da.



## 2.1. Arbeit mit GeoGebra

### Vielecke

In diesem Bereich kannst du verschiedene beliebige Vielecke (Dreiecke, Vierecke, Fünfecke,...) zeichnen.



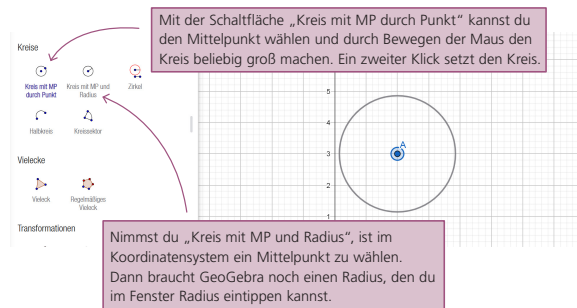
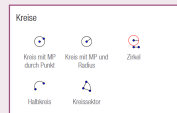
Wähle die Schaltfläche „Vieleck“ und zeichne so viele Punkte, wie du brauchst.

Vergiss nicht, den letzten Punkt wieder beim ersten Punkt zu machen, um das Vieleck zu „schließen“!

### Kreise

Hier findest du das Werkzeug, mit dem du verschiedene Kreise zeichnen kannst.

Um Kreise zu zeichnen, hast du mehrere Möglichkeiten:



Mit der Schaltfläche „Kreis mit MP durch Punkt“ kannst du den Mittelpunkt wählen und durch Bewegungen der Maus den Kreis beliebig groß machen. Ein zweiter Klick setzt den Kreis.

Nimmst du „Kreis mit MP und Radius“, ist im Koordinatensystem ein Mittelpunkt zu wählen. Dann braucht GeoGebra noch einen Radius, den du im Fenster Radius eingeben kannst.