

Maße	163
12.1. Währungen	164
12.2. Längenmaße	166
12.3. Flächenmaße	167
12.4. Raum- und Hohlmaße	168
12.5. Massenmaße	169
12.6. Zeitmaße	170
12.7. Maßübungen	172
Der Taschenrechner	177
13.1. Das Tastenfeld des elektronischen Taschenrechners	178
13.2. Prozentrechnen mit dem Taschenrechner	179
Ausblick	181
14.1. Potenzen	182
14.2. Rechnen mit Dezimalzahlen – Addition, Subtraktion	183
14.3. Rechnen mit Dezimalzahlen – Multiplikation	184
14.4. Ganze Zahlen – Rechenkett	185
14.5. Ganze Zahlen – negative Zahlen	186
14.6. Koordinaten	187
14.7. Zahlenterme	188
14.8. Summe, Differenz, Produkt und Quotient	189
14.9. Rationale Zahlen	190
Weißt du noch?	193
15.1. Wiederholen und festigen	194
15.2. Fachbegriffe	203
15.3. LearningApps	204

### Was die Zeichen bedeuten:

- Nebenrechnungen und Notizen auf ein separates Blatt schreiben.
- 128** Hinweise auf Anschlussstoff in „DAS Mathematikbuch 2“
- An diesem Symbol erkennst du Fermi-Aufgaben. Vielleicht findest du im Internet Hinweise, die dir beim Lösen oder Schätzen helfen.
- Arbeite in der Gruppe oder mit einer Partnerin/einem Partner!
- Beispiellösungen: Die Lösungen sind Lösungsvorschläge. Sie sind individuell, aber auch andere Lösungswege sind möglich.

### Selbsteinschätzungstool: So geht's mir dabei

Hier findest du eine Übersicht über sämtliche Themen, Anwendungen und Übungsmöglichkeiten des Buches, und wo diese zu finden sind.  
Rechts ist ein Selbsteinschätzungstool mit 4 Smileys, die dir helfen sollen, dein Können besser im Blick zu behalten. Wir empfehlen dir, dass du immer VOR einem Kapitel zu dieser Übersicht zurückgehst und das entsprechende Smiley anmalst. Stelle dir dabei folgende Fragen:  
Wie gut erinnere ich mich noch an ...?  
Wie sicher bin ich mir bei ...?

☺ Darin bin ich spitzel!

😊 Das kann ich ganz gut!

☹ Da tu ich mir schwer!

☹ Da brauche ich Hilfe!

		So geht's mir dabei:
Wir lernen die natürlichen Zahlen kennen	S. 7	☺ ☺ ☺ ☺
Geometrische Grundbegriffe	S. 29	😊 😊 😊 😊
Rechnen mit Brüchen	S. 45	😊 😊 😊 😊
Dreiecke	S. 67	😊 😊 😊 😊
Verhältnisgleiche Aufgaben aus dem täglichen Leben	S. 85	😊 😊 😊 😊
Vierecke	S. 97	😊 😊 😊 😊
Gleichungen	S. 109	😊 😊 😊 😊
Vielecke	S. 117	😊 😊 😊 😊
Prozentrechnen	S. 123	😊 😊 😊 😊
Statistik	S. 139	😊 😊 😊 😊
Prismen	S. 153	😊 😊 😊 😊
Maße	S. 163	😊 😊 😊 😊
Der Taschenrechner	S. 177	😊 😊 😊 😊
Ausblick	S. 181	😊 😊 😊 😊
Weißt du noch?	S. 193	😊 😊 😊 😊

### 1.1. Teiler und Vielfache

Die Zahl 30 ist durch 5 teilbar. 5 ist also ein Teiler von 30.

$30 : 5 = 6$  ohne Rest  
 $6 \cdot 5 = 30$

**Teilbarkeitsregeln:**  
Eine Zahl ist durch 2 teilbar, wenn ihre Einerziffer 0, 2, 4, 6 oder 8 ist.  
Eine Zahl ist durch 5 teilbar, wenn ihre Einerziffer 0 oder 5 ist.  
Eine Zahl ist durch 10 teilbar, wenn ihre Einerziffer 0 ist.

Seite 31

**1** Kreuze in der Tabelle an, ob die Zahl durch 2, 5 oder 10 teilbar ist!

Zahl	62	100	405	1444	6110	8555	9998
teilbar durch 2	X	X		X	X		X
teilbar durch 5		X	X		X	X	
teilbar durch 10		X			X		

**2** Welche Zahlen sind Teiler von 60? Kreise sie ein! Streiche die anderen Zahlen durch!

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱

**3** Finde alle Zahlen, die Teiler von 48 sind!

Die Teiler von 48 sind **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24** und **48**.

**4** Schreibe von den gegebenen Zahlen die ersten zehn Vielfache auf!

V (3)	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
V (5)	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
V (2)	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
V (7)	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70

Gib alle Teiler an!

T (12) =	{1, 2, 3, 4, 6, 12}	T (6) =	{1, 2, 3, 6}
T (14) =	{1, 2, 7, 14}	T (22) =	{1, 2, 11, 22}
T (24) =	{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}	T (28) =	{1, 2, 4, 7, 14, 28}

### 1.1. Teiler und Vielfache

**5** Setze l oder t ein!

4	l	46
6	l	140
3	l	57
5	l	45
2	l	39
7	l	56
9	l	81
10	l	140
8	l	24
7	l	17

8	l	25
4	l	96
10	l	258
9	l	81
2	l	88
6	l	72
5	l	15
3	l	13
9	l	48

„l“ ist die Abkürzung für „teilt nicht“.  
„t“ ist die Abkürzung für „teilt“.

**6** Sind die folgenden Aussagen richtig oder falsch? Kreuze an!

	richtig	falsch
13 ist Teiler von 29.		X
12 ist Teiler von 24.	X	
7 ist Teiler von 59.		X
9 ist Teiler von 36.	X	
10 ist Teiler von 1 000.	X	
5 ist Teiler von 125.	X	
2 ist Teiler von 124.	X	
3 ist Teiler von 17.		X
378 ist Teiler von 378.	X	

**7** Welche Zahlen, kleiner als 50, sind durch folgende Zahlen teilbar?

7	49, 42, 35, 28, 21, 14, 7
5	45, 40, 35, 30, 25, 20, 15, 10, 5
3	48, 45, 42, 39, 36, 33, 30, 27, 24, 21, 18, 15, 12, 9, 6, 3

## 1.2. Teilbarkeitsregeln

Die Quersumme einer Zahl erhält man, indem man alle Ziffern der Zahl zusammenrechnet.

Zahl: 7 493  
Quersumme:  $7 + 4 + 9 + 3 = 23$

Die Quersumme von 7 493 ist 23.

Seite 32

8 Welche der Zahlen sind Vielfache von 3? Kreise sie ein!

27 15 34 49  
101 47 39 201 87 22

9 Fülle die Tabellen aus! Nutze die Zahlen aus Aufgabe 8!

Vielfache von 3

Zahl	27	15	39	201	87
Quersumme	9	6	12	3	15

keine Vielfachen von 3

Zahl	101	47	34	49	22
Quersumme	2	11	7	13	4

10 Ergänze die Regel mit eigenen Worten! Betrachte dazu die Tabellen aus Aufgabe 9!

Eine Zahl ist ein Vielfaches von 3, wenn ihre Quersumme durch die Zahl 3 teilbar ist.

11 Kreise alle Zahlen, die durch 2 teilbar sind, rot ein!

Kreise alle Zahlen, die durch 5 teilbar sind, blau ein.

Kreise alle Zahlen, die durch 10 teilbar sind, grün ein.

Kreise alle Zahlen, die durch 3 teilbar sind, orange ein.

3 426, 2 800, 1 722, 900, 998, 291, 693, 15 812, 330, 425

12 Schreibe 5 Zahlen < 100 auf, die durch 2, 5, 10 und 3 teilbar sind!

120, 150, 180, 210, 240

Eine Zahl ist durch 3 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

## 1.2. Teilbarkeitsregeln

Kann man 1 881 durch 9 ohne Rest teilen?

Bilde die Quersumme (= Ziffernsumme)! Wenn diese (OHNE Rest) durch 9 teilbar ist, so kann man die Zahl durch 9 teilen.

Zahl: 1 881  
Ziffernsumme:  $1 + 8 + 8 + 1 = 18$   
ist durch 9 OHNE Rest teilbar.

13 Berechne die Ziffernsumme der Zahl!

Überprüfe danach, ob sie durch 9 teilbar ist!

Zahl	459	4 872	2 070	45 018	74 134
Ziffernsumme	18	21	9	18	19
Teilbar durch 9	ja	nein	ja	ja	nein

14 Berechne die Ziffernsumme der Zahl!

Überprüfe danach, ob sie durch 3 teilbar ist!

Zahl	942	8 742	9 142	11 253	147 358
Ziffernsumme	15	21	16	12	28
Teilbar durch 3	ja	ja	nein	ja	nein

15 Welche der folgenden Zahlen sind durch 2, 3, 5, 9, 10 teilbar?

Kreuze in der entsprechenden Spalte an!

Teiler	24	95	568	27	200
2	X		X		X
3	X			X	
5		X			X
9				X	
10					X

## 1.2. Teilbarkeitsregeln

16 Suche 3 vierstellige Zahlen, die durch 3 teilbar sind, und notiere sie gleich hier!

1785, 3570, 7140

Teilbarkeit durch 4:

Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn die Zahl aus den beiden letzten Ziffern durch 4 teilbar ist.

Z. B.: 524 ist durch 4 teilbar, weil 24 durch 4 teilbar ist.  
3 247 ist nicht durch 4 teilbar, weil 47 nicht durch 4 teilbar ist.

17 Kreise die Zahlen ein, die durch 4 teilbar sind!

145, 478 560, 9 916, 451, 21 356, 52 504, 3 424, 8 784

3 245 ist nicht durch 25 teilbar, da 45 nicht durch 25 teilbar ist.

525 ist durch 25 teilbar, da 25 durch 25 teilbar ist.

Teilbarkeit durch 25:

Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn die Zahl aus den beiden letzten Ziffern durch 25 teilbar ist.

18 Überprüfe, ob folgende Zahlen durch 25 teilbar sind! Wenn nicht, dann streiche sie durch!

750, ~~985~~, 11 475, ~~3 242~~, 8 775, ~~9 560~~

19 Wie oft hat dein Herz in deinem bisherigen Leben geschlagen?

A: Pro Tag 100 000 mal, Alter: 12 Jahre = 4 380 Tage  
438 000 000 mal

## 1.3. Primzahlen sind ganz besondere Zahlen

Primzahlen haben nur 1 und sich selbst als Teiler. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 und 23 sind Primzahlen. Es gibt unendlich viele Primzahlen. Die Zahl 1 ist keine Primzahl, weil sie nur einen Teiler hat.

Seite 37

Vor über 2000 Jahren fand der griechische Mathematiker Eratosthenes ein mathematisches Verfahren zur Bestimmung von Primzahlen; es wird SIEB DES ERATOSTHENES genannt. Dieses Sieb funktioniert so: Will man zum Beispiel alle Primzahlen von 1 bis 100 „sieben“, so schreibt man diese Zahlen einmal so auf:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Nun streicht man als Erstes die 1 weg, da 1 keine Primzahl ist.
- Es folgt die Zahl 2. 2 ist die kleinste Primzahl. Sie wird eingekreist.
- Wir streichen nun alle durch 2 teilbaren Zahlen, da diese keine Primzahlen sein können (sie sind ja durch 2 teilbar ...) durch.  
② 3 4 5 6 7 8 9 10
- Die 3 ist die nächste Primzahl. Wir markieren 3 mit einem Kreis!
- Wir streichen nun alle durch 3 teilbaren Zahlen, da diese ebenfalls keine Primzahlen mehr sein können.  
② ③ 4 5 6 7 8 9 10
- Das Gleiche machen wir nun mit den Zahlen 5 und 7. Wir kreisen die beiden Zahlen ein und streichen die Vielfachen, wenn das nicht schon passiert ist, durch!  
Es bleiben 25 Primzahlen über.

Schreibe die 25 Primzahlen auf!

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

## 1.3. Primzahlen sind ganz besondere Zahlen

**20** Suche die Primzahlen. Es sind 4 Primzahlen in jeder Urkunde!

II H2 K2

**21** Schreibe die Primzahlen zwischen 20 und 40 hier auf!

II H2 K2

23, 29, 31, 37

**22** Schreibe die Primzahlen zwischen 30 und 55 hier auf!

II H2 K2

31, 37, 41, 43, 47, 53

**23** Welche Aussage zur Zahl 0 stimmt?

II H1 H3 K1

- Null ist keine Primzahl, weil man nicht durch 1 teilen kann.
- Null ist eine Primzahl, weil durch 0 teilbar.
- Null ist eine Primzahl, weil eine natürliche Zahl.
- Null ist keine Primzahl, weil man nicht durch 0 dividieren darf.



**24** Jetzt bist du gefragt!

II H2 K3

Wie viele Mathematikbücher braucht man, um einen Fußballplatz auszulegen?

A: Fußballplatz:  $7\ 140\ m^2$   
 Mathebuch:  $30\ cm \cdot 21\ cm = 630\ cm^2 = 0,063\ m^2$   
 113 333 Mathebücher

## 1.4. Zusammengesetzte Zahlen – Primfaktorenzerlegung

Alle Zahlen, die keine Primzahlen sind, nennt man zusammengesetzte Zahlen (einzige Ausnahme: 1).

Zusammengesetzte Zahlen haben mehr als zwei Teiler. Primzahlen haben nur 1 und sich selbst als Teiler.

Zusammengesetzte Zahlen lassen sich in ein Produkt von Primzahlen zerlegen.

$4 = 2 \cdot 2$     $6 = 2 \cdot 3$     $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$     $9 = 3 \cdot 3$     $10 = 2 \cdot 5$   
 $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$     $14 = 2 \cdot 7$     $15 = 3 \cdot 5$     $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$     $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$

**25** Zerlege die folgenden Zahlen in ein Produkt zweier Primzahlen!

II H2 K1

6 =	2 · 3	77 =	7 · 11	35 =	5 · 7
21 =	3 · 7	33 =	3 · 11	14 =	2 · 7
51 =	3 · 17	38 =	2 · 19	82 =	2 · 41
65 =	5 · 13	34 =	2 · 17	39 =	3 · 13
46 =	2 · 23	57 =	3 · 19	62 =	2 · 31

**26** Stelle folgende Zahlen als Summe von zwei Primzahlen dar!

II H2 K1

6 =	3 + 3	16 =	5 + 11
30 =	13 + 17	32 =	13 + 19
42 =	13 + 29	36 =	17 + 19
12 =	5 + 7	92 =	3 + 89
18 =	7 + 11	70 =	3 + 67
24 =	7 + 17	100 =	11 + 89
72 =	19 + 53	66 =	23 + 43
108 =	19 + 89	76 =	29 + 47

**27** In welchen Fällen handelt es sich um eine Primzahl? Kreise ein!

II H2 K2

$3 \cdot 5 + 2$	$2 \cdot 5 + 7$	$3 \cdot 13 + 2$
$5 \cdot 7 + 3$	$7 \cdot 11 + 2$	$5 \cdot 17 + 3$

## 1.4. Zusammengesetzte Zahlen – die Primfaktorenzerlegung

Man beginnt mit der kleinsten **Primzahl**, also 2. Ist 2 ein Teiler der gegebenen Zahl, dann dividiert man die Zahl durch 2 und schreibt das Ergebnis unter die gegebene Zahl. Ist 2 kein Teiler, dann versucht man es mit der nächstgrößeren Primzahl (zuerst 3, dann 5 ...).

Das Ganze macht man so lange, bis links eine 1 steht.

Um größere Zahlen als Produkt von Primzahlen darstellen zu können, bedient man sich der Primfaktorenzerlegung.

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

**28** Zerlege die Zahlen in Primfaktoren!

II H2 K1

<table border="1"> <tr><td>20</td><td>2</td></tr> <tr><td>10</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p><math>20 = 2 \cdot 2 \cdot 5</math></p>	20	2	10	2	5	5	1		<table border="1"> <tr><td>25</td><td>5</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p><math>25 = 5 \cdot 5 \cdot 1</math></p>	25	5	5	5	1		<table border="1"> <tr><td>48</td><td>2</td></tr> <tr><td>24</td><td>2</td></tr> <tr><td>12</td><td>2</td></tr> <tr><td>6</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p><math>48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3</math></p>	48	2	24	2	12	2	6	2	3	3	1			
20	2																													
10	2																													
5	5																													
1																														
25	5																													
5	5																													
1																														
48	2																													
24	2																													
12	2																													
6	2																													
3	3																													
1																														
<table border="1"> <tr><td>60</td><td>2</td></tr> <tr><td>30</td><td>2</td></tr> <tr><td>15</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p><math>60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5</math></p>	60	2	30	2	15	3	5	5	1		<table border="1"> <tr><td>99</td><td>3</td></tr> <tr><td>33</td><td>3</td></tr> <tr><td>11</td><td>11</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p><math>99 = 3 \cdot 3 \cdot 11</math></p>	99	3	33	3	11	11	1		<table border="1"> <tr><td>36</td><td>2</td></tr> <tr><td>18</td><td>2</td></tr> <tr><td>9</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p><math>36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3</math></p>	36	2	18	2	9	3	3	3	1	
60	2																													
30	2																													
15	3																													
5	5																													
1																														
99	3																													
33	3																													
11	11																													
1																														
36	2																													
18	2																													
9	3																													
3	3																													
1																														
<table border="1"> <tr><td>28</td><td>2</td></tr> <tr><td>14</td><td>2</td></tr> <tr><td>7</td><td>7</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p><math>28 = 2 \cdot 2 \cdot 7</math></p>	28	2	14	2	7	7	1		<table border="1"> <tr><td>66</td><td>2</td></tr> <tr><td>33</td><td>3</td></tr> <tr><td>11</td><td>11</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p><math>66 = 2 \cdot 2 \cdot 11</math></p>	66	2	33	3	11	11	1		<table border="1"> <tr><td>120</td><td>2</td></tr> <tr><td>60</td><td>2</td></tr> <tr><td>30</td><td>2</td></tr> <tr><td>15</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p><math>120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3</math></p>	120	2	60	2	30	2	15	3	5	5	1	
28	2																													
14	2																													
7	7																													
1																														
66	2																													
33	3																													
11	11																													
1																														
120	2																													
60	2																													
30	2																													
15	3																													
5	5																													
1																														

## 1.5. Der größte gemeinsame Teiler (ggT)

Teiler von 18: T(18) = {1, 2, 3, 6, 9, 18}

Teiler von 24: T(24) = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

gemeinsame Teiler von 18 und 24: ggT(18, 24) = {1, 2, 3, 6}

größter gemeinsamer Teiler von 18 und 24: ggT(18, 24) = {6}

Der größte gemeinsame Teiler ist die größte Zahl, die in den gegebenen Zahlen enthalten ist oder die die gegebenen Zahlen teilt.

Man bestimmt den ggT mit der Primfaktorenzerlegung.

Der ggT ist das Produkt gemeinsamer Primzahlen. Die gemeinsamen Primfaktoren sind ein 2er und ein 3er. Somit wird der ggT durch die Multiplikation von 2 und 3 bestimmt.

18	2	24	2
9	3	12	2
3	3	6	2
1		3	3
		1	

ggT(18, 24) =  $2 \cdot 3 = 6$

**29** Gib die größten gemeinsamen Teiler folgender Zahlen an!

II H2 K1

<table border="1"> <tr><td>20</td><td>2</td></tr> <tr><td>10</td><td>2</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p>ggT(20, 30) = <math>2 \cdot 5 = 10</math></p>	20	2	10	2	5	5	1		<table border="1"> <tr><td>7</td><td>7</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p>ggT(7, 35) = 7</p>	7	7	1		<table border="1"> <tr><td>15</td><td>3</td></tr> <tr><td>5</td><td>5</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p>ggT(15, 20) = 5</p>	15	3	5	5	1					
20	2																							
10	2																							
5	5																							
1																								
7	7																							
1																								
15	3																							
5	5																							
1																								
<table border="1"> <tr><td>6</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p>ggT(6, 12) = <math>2 \cdot 3 = 6</math></p>	6	2	3	3	1		<table border="1"> <tr><td>12</td><td>2</td></tr> <tr><td>6</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p>ggT(12, 28) = <math>2 \cdot 4 = 4</math></p>	12	2	6	2	3	3	1		<table border="1"> <tr><td>18</td><td>2</td></tr> <tr><td>9</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td></td></tr> </table> <p>ggT(18, 27) = <math>3 \cdot 3 = 9</math></p>	18	2	9	3	3	3	1	
6	2																							
3	3																							
1																								
12	2																							
6	2																							
3	3																							
1																								
18	2																							
9	3																							
3	3																							
1																								

## 1.5. Der größte gemeinsame Teiler (ggT)

**30** Bestimme den **größten gemeinsamen Teiler** mit Hilfe der Primfaktorenzerlegung!

24, 36	12, 18	15, 50
$\begin{array}{r l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$
$\begin{array}{r l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$

$ggT(24, 36) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ 
 $ggT(12, 18) = 2 \cdot 3 = 6$ 
 $ggT(15, 50) = 5$

65, 78	60, 96	13, 39
$\begin{array}{r l} 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 78 & 2 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$
$\begin{array}{r l} 96 & 2 \\ 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 13 & 13 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & 1 \end{array}$

$ggT(65, 78) = 13$ 
 $ggT(60, 96) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ 
 $ggT(12, 28) = 13$

Der **größte gemeinsame Teiler** ist die **größte Zahl**, durch die **alle Ausgangszahlen** dividiert werden können.

**31** Finde den **größten gemeinsamen Teiler** von zwei Zahlen im Kopf!

ggT(32, 60) = 4	ggT(27, 81) = 27
ggT(18, 24) = 6	ggT(21, 49) = 7
ggT(50, 75) = 25	ggT(16, 40) = 8
ggT(25, 40) = 5	ggT(30, 75) = 15

**32** Finde den **größten gemeinsamen Teiler** von drei Zahlen im Kopf!

ggT(18, 24, 36) = 6	ggT(26, 39, 78) = 13
ggT(10, 25, 40) = 5	ggT(18, 20, 24) = 2
ggT(16, 28, 42) = 2	ggT(60, 75, 105) = 15
ggT(12, 28, 40) = 4	ggT(12, 16, 24) = 4



## 1.6. Das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)

Vielfache von 6:  $V(6) = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots\}$   
 Vielfache von 8:  $V(8) = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, \dots\}$   
 gemeinsame Vielfache von 6 und 8:  $gV(6, 8) = \{24, 48, \dots\}$   
 kleinstes gemeinsames Vielfaches von 6 und 8:  $kgV(6, 8) = 24$

Das **kleinste gemeinsame Vielfache** ist die kleinste Zahl, in der die gegebenen Zahlen enthalten sind. Man bestimmt es ebenfalls mit der Primfaktorenzerlegung.

18	24
$\begin{array}{r l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$

Man schreibt die **Primfaktorenzerlegung** der **ersten Zahl** auf (2 mal 3) und **schaut einfach**, welche **Faktoren** von der **zweiten Zahl** noch **fehlen** – also **zwei 2er**.



**33** Bestimme das **kleinste gemeinsame Vielfache** der folgenden Zahlen!

Verwende die Primfaktorenzerlegung!

16, 24	9, 21	12, 18
$\begin{array}{r l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$
$\begin{array}{r l} 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{array}$

$kgV(16, 24) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 48$ 
 $kgV(9, 21) = 3 \cdot 3 \cdot 7 = 63$ 
 $kgV(12, 18) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 36$

50, 70	22, 55	26, 65
$\begin{array}{r l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & 1 \end{array}$
$\begin{array}{r l} 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 26 & 2 \\ 13 & 13 \\ 1 & 1 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & 1 \end{array}$

$kgV(50, 70) = 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 = 350$ 
 $kgV(22, 55) = 2 \cdot 5 \cdot 11 = 110$ 
 $kgV(26, 65) = 2 \cdot 5 \cdot 13 = 130$

## 1.6. Das kleinste gemeinsame Vielfache (kgV)

**34** Das Vielfache von 4 und 12.

a) Schreibe zehn Vielfache von 4 und zehn Vielfache von 12 auf!  
 Vielfache von 4:  $V_4 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40\}$   
 Vielfache von 12:  $V_{12} = \{12, 24, 36, 48, 56, 60, 72, 84, 96, 108, 120\}$

b) Kreise die Zahlen ein, die in beiden Reihen vorkommen!

c) Schreibe die gemeinsamen Vielfachen auf!

$gV(4, 12) = 12, 24, 36$

c) Wie heißt das kleinste gemeinsame Vielfache?

$kgV(4, 12) = 12$

Es geht auch anders!

**35** Das Vielfache von 8 und 11.

a) Schreibe vierzehn Vielfache von 8 und vierzehn Vielfache von 11 auf!  
 Vielfache von 8:  $V_8 = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104, 112\}$   
 Vielfache von 11:  $V_{11} = \{11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99, 110, 121, 132, 143, 154\}$

b) Kreise die Zahlen ein, die in beiden Reihen vorkommen!

c) Schreibe die gemeinsamen Vielfachen auf!

$gV(8, 11) = 88$

c) Wie heißt das kleinste gemeinsame Vielfache?

$kgV(8, 11) = 88$

**36** Finde das **kleinste gemeinsame Vielfache** im Kopf!

kgV(5, 10) = 10	kgV(5, 15) = 15	kgV(5, 8) = 40
kgV(10, 20) = 20	kgV(4, 14) = 28	kgV(3, 5) = 15

**37** Jetzt bist du gefragt!

Wie viele Kinder braucht man für eine Menschenkette auf der Wiener Ringstraße, wenn zwischen 2 Kindern immer ein Babyelefant steht?

A:  $2 \text{ Kinder} - 1,5 \text{ m}$ ,  $\text{Babyelefant} - 1,5 \text{ m}$ ,  $\text{Ringstraße} - 5,2 \text{ km}$ ,  $3 \text{ 466 Kinder}$

## 1.7. Arbeit mit natürlichen Zahlen – Vertiefung

Billiarden	Billionen	Milliarden	Millionen	Tausender					
Brd.	Bio.	Mrd.	Mio.	HT	ZT	T	H	Z	E
	2	7	6	0	1	0	0	0	0
				0	2	2	0	0	5

Die Zahl heißt 27 Billionen 601 Milliarden zweiundzwanzigttausendfünf.

**Tipp:** Setze bei großen Zahlen zuerst von rechts aus nach allen 3 Ziffern einen kleinen Punkt. Schreibe dann T, Mio., Mrd., Bio., Brd. ... unter die Ziffernpäckchen.

Beispiel: 27.601.000.022.005 → 27 Billionen 601 Milliarden zweiundzwanzigttausendfünf Bio. Mrd. Mio. T

**38** Schreibe auf, wie die Zahl heißt! Beachte den Tipp!

**6003527** 6 Millionen dreitausendfünfhundertsiebenundzwanzig  
**17307251826** 17 Milliarden 307 Millionen zweiundereihundertsechszigtausendachtundsechszig  
**847052500** 847 Millionen zweiundfünfzigtausendfünfhundert  
**20202101000000** 202 Billionen 21 Milliarden 10 Millionen

**39** Schreibe die Zahl! Die Tabelle oben kann dir helfen.

271 Milliarden 800 Millionen 16 Tausend 117	271 800 016 117
4 Billionen 440 Milliarden 500 Millionen	4 440 500 000 000
300 Billionen 549 Tausend 299	300 000 000 549 299
neunundzwanzig Milliarden vierhundertzwei	29 000 000 412
siebzehn Millionen viertausendneundsiebzig	17 004 079

**40** Rechne! Eine Stellenwerttabelle kann dir helfen.

3 Milliarden plus siebenhunderttausend	3 000 700 000
neunhundert + zehn Millionen	10 000 900
22 000 000 plus eine Billion	1 000 022 000 000
vierhundertneunzehntausend + 419 Milliarden	419 000 419 000
5 000 000 000 000 + sechs Millionen	5 000 006 000 000
eine Milliarde minus eins	999 999 999