

Eva-Maria Bablick / Michael Tschakert

Mathe kreativ

Bildgesteuerte offene Aufgaben

Arbeitsblätter für einen spannenden
Mathematikunterricht

3./4. Klasse

Kopiervorlagen mit Lösungen

Mit CD-ROM

Österreichische Überarbeitung
von Petra Pichlhöfer



Mathe kreativ – bildgesteuerte offene Aufgaben

"Die Mathematik, recht betrachtet, besitzt nicht nur Wahrheit, sondern auch höchste Schönheit – eine kalte und strenge Schönheit gleich einer Skulptur, ohne Anziehungskraft für irgendeine unserer schwächeren Seiten, ohne die prächtigen Anreize der Malerei oder der Musik, aber von erhabener Reinheit und einer strengen Vollendung, wie sie nur höchste Kunst aufweisen kann."

(Bertrand Russell)

Liebe KollegInnen,

Mathematik wird nicht sehr häufig als Lieblingsfach von Schülern genannt. Sie gilt in den Köpfen vieler als schwierige Disziplin, die Inhalte der Aufgaben wirken unrealistisch konstruiert, der Mathematikunterricht wird unanschaulich und deduktiv beschrieben. Die Folge sind Misserfolgserlebnisse, was Lernen blockiert. Ein Mathematiklehrer, der seine Schüler an der Tafel beim Vorrechnen einer komplexen Aufgabe blamiert, ist sich dessen vielleicht gar nicht bewusst, dass Lernsituationen durch mit ihnen verkoppelte schlechte Erfahrungen mit Angst besetzt werden. Dies führt zu einer Spirale negativer Verstärkung. Das Denken wird blockiert, was wiederum zu einer negativen Rückmeldung führt, welche die Angst vor der Mathematik verstärkt und das Denken nachhaltig hemmt.

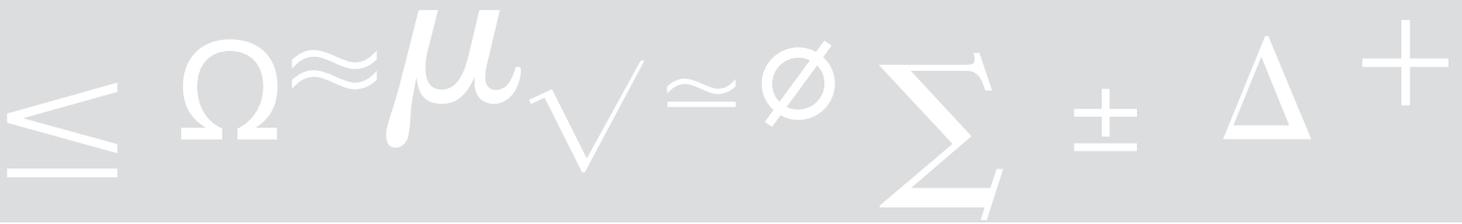
Auch ist unter Schülern die Ansicht verbreitet, dass Mathematik etwas Statisches ist, nur Produkte und Algorithmen in den Vordergrund stellt und nichts Lebendiges, Dynamisches, Spannendes und Neues an sich hat.

Die hier vorliegenden bildgesteuerten Aufgaben intendieren eine andere Ansicht von Mathematik. Sie erlauben dem Schüler selbstständig mathematisch kreativ zu werden und ein Stück eigene Mathematik zu schaffen. Bei offenen Aufgaben geht es nicht nur um richtig oder falsch, sondern um das Aufwerfen von Fragen und infrage Stellen von Sachverhalten oder Darstellungen zu mathematischen Themen, um das Entdecken und Erfinden mathematischer Zusammenhänge, um Problemlösemethoden und Beschreibungsmöglichkeiten von Alltagszusammenhängen, um ein Finden und Ausprobieren neuer, subjektiver und evt. unkonventioneller Problemlösungen sowie das Variieren und Erfinden eigener Aufgaben; alleine und im Team.

Öffnen Sie sich und ihren Unterricht für die „andere Seite der Mathematik“, indem Sie Ihre Schüler auf das Spielfeld der Mathematik lassen!

Wir wünschen Ihnen und Ihren Schülern viel Freude und neue Erkenntnisse!

Eva-Maria Bablick
Michael Tschakert



Zum Umgang mit den Bildern und Aufgaben

- 1 • Legen Sie ein Bild auf und lassen Sie die Schüler (ohne zunächst auf mathematische Zusammenhänge zu achten) das Gesehene verbalisieren.
- 2 • Im Unterrichtsgespräch soll der Fokus zunehmend auf mathematische Dinge gelenkt werden. Die ersten Fragen (bzw. Aufgaben) tauchen auf und können unter Umständen auch schriftlich fixiert werden. Die Schüler können alleine, mit Partner oder im Team arbeiten.
- 3 • Die Arbeitsblätter können je nach Intention eingesetzt werden: als Anregung, als Differenzierung, als erweitertes Lernangebot etc. Die Aufgaben werden zunehmend (beim 2. Arbeitsblatt) geschlossener (textgebundener), um Formelkenntnisse und Lösungswege zu festigen.

Die Bedeutung der Piktogramme:



Was ist das?
Welche Informationen kann ich dem Bild entnehmen?
Ein beliebig ausgedehntes Assoziogramm wird erstellt.



Auf den 1. Blick:
Welche mathematisch relevanten Probleme (Aufgaben) fallen sofort ins Auge?



Auf den 2. Blick:
Bei genauerem Hinsehen und mit ein paar weiteren Angaben können weitere Aufgaben gefunden werden.



Schätzen:
Schätzen erfordert viel Erfahrung sowie Bezugspunkte und kann trainiert werden.



Skizzieren/zeichnen:
Hier lösen sich viele Probleme von selbst. Zeichnungen offenbaren Erkenntnisse.



Bauen/legen:
Räumliches Denken und Kombinatorik werden geschult.



Für Profis:
Schwierigere Aufgaben liegen in zum Teil geschlossener, textgebundener Form vor.



Komische Aufgaben:
Hier ist Mut zu ungewöhnlichen Aufgaben gefragt, der Reiz utopischer Ideen wird geweckt, scheinbar nicht Kombinierbares findet zusammen.

Beispiel für das Assoziogramm eines Schülers

Ist das Kunst?

Wie viele Stäbe sind es?
Sind diese gleich lang?



Sind die Stäbe innen
hohl? Durchmesser?
Volumen?

Aus welchem Material
könnten die Stäbe sein, wenn
sie im Freien stehen?
Bambus? Wie teuer...

Sind die Stäbe lackiert?
Wie viel rote Farbe...

Wie groß ist der Künstler?
Wie groß ist die Durchschnittsgröße
eines Mannes und wie lang sind
demnach die Stäbe?

Wie sind die Stäbe im Boden
verankert? Wie weit stecken sie
in der Erde? Wie viel Prozent der
Gesamtlänge...

1 • Rapunzel



Gesamtlänge: $100.000 \cdot 105 \text{ cm} = 105.000 \text{ m}$
 $10.500.000 \text{ cm} : 15 \text{ cm} = 700.000$
 $700.000 \cdot 1 \text{ mg} = \underline{700 \text{ g}}$



- a) $80 \text{ kg} : 0,04 \text{ kg} = \underline{2000}$ (Haare)
- b) $20 \cdot 0,6 \text{ m} = 12 \text{ m} = 12.000 \text{ mm}$
 $12.000 \text{ mm} : 0,3 \text{ mm} = 40.000$ (Tage)
 $40.000 \text{ d} : 365 \text{ d} = \underline{109,6}$ (Jahre)

3 • Schokoladenstückchen



- a) Volumen Verpackung:
 $27 \text{ cm} \cdot 14,5 \text{ cm} \cdot 0,5 \text{ cm} = 195,75 \text{ cm}^3$
- Volumen Schokolade:
 $50 \cdot (1,25 \text{ cm})^2 \cdot 3,14 \cdot 0,45 \text{ cm} \approx 110,39 \text{ cm}^3$
- $p = \frac{P}{G} = 110,39 : 195,75 \approx 0,5639 \approx \underline{56,39 \%}$
- b) $P = p \cdot G = 0,7 \cdot 195,75 \text{ cm}^3 \approx 137,025 \text{ cm}^3$
 Differenz Masse: $137,025 \text{ cm}^3 - 110,39 \text{ cm}^3 \approx 26,635 \text{ cm}^3$
 Volumen eines Schokostückes:
 $(1,25 \text{ cm})^2 \cdot 3,14 \cdot 0,45 \text{ cm} \approx 2,21 \text{ cm}^3$
 $26,635 \text{ cm}^3 : 2,21 \text{ cm}^3 \approx 12,05 \rightarrow \underline{12 \text{ Stück (oder 13)}}$
- c) Masse: $V \cdot \text{Dichte} = 110,39 \text{ cm}^3 \cdot 2,3 \text{ g/cm}^3 = \underline{253,897 \text{ g}}$



- a) $120.000 \text{ cm}^3 : 2,21 \text{ cm}^3 \approx \underline{54.299}$
- b) Anzahl der Packungen $54.299 : 50 \approx 1.085,98 \approx \underline{1.086 \text{ Pack.}}$
 $1.086 \text{ Packungen} \cdot 2,50 \text{ €} = 2.715 \text{ €}$
 $2.715 \text{ €} \cdot 0,965 \approx \underline{2.619,98 \text{ €}}$

5 • Das Aquarell



- a) Kreis: $(4,5 \text{ cm})^2 \cdot 3,14 = 63,585 \text{ cm}^2$
 Halbkreise: $7,065 \text{ cm}^2 \cdot 1,5 = 10,5975 \text{ cm}^2$
 Kreissektor: $7,065 \text{ cm}^2 \cdot \frac{315}{316} = 6,181875 \text{ cm}^2$
 Insgesamt: $\sim \underline{80,36 \text{ cm}^2}$
- b) Quadrat: $\sqrt{80,36 \text{ cm}^2} \sim \underline{8,96 \text{ cm}}$ (Seitenlänge)
- c) Gesamtfläche Bild: $20 \text{ cm} \cdot 29 \text{ cm} = 580 \text{ cm}^2$
 $80,36 \text{ cm}^2 : 580 \text{ cm}^2 \sim \underline{13,9 \%}$



Grüne Flächen: Quadrat: 9 cm^2
 Rechteck: $5,4 \text{ cm}^2$
 Halbkreis: $3,5325 \text{ cm}^2$
 Ring: $31,4 \text{ cm}^2$
 Gesamt: $49,3325 \text{ cm}^2$
 In Groß: $49,3325 \text{ m}^2$
 Grassamen: $49,3325 \text{ m}^2 \cdot 40 \sim \underline{1,97 \text{ kg}}$

2 • Game over



Zahl	a) Teiler	b) Primfaktorenzerlegung
100	1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100	$100 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$
75	1, 3, 5, 15, 25, 75	$75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$
50	1, 2, 5, 10, 25, 50	$50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$
60	1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60	$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$
20	1, 2, 4, 5, 10, 20	$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$
30	1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30	$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$
40	1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40	$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$
5	1, 5	$5 = 5$
10	1, 2, 5, 10	$10 = 2 \cdot 5$
15	1, 2, 3, 5, 15	$15 = 3 \cdot 5$



- d) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41,
 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

4 • Super-Scooter



- a) $200 \text{ €} : 1.799 \text{ €} = \underline{11,1 \%}$
- b) Finanzkauf: $48 \cdot 36 \text{ €} = \underline{1728 \text{ €}}$
- Sonderfinanzierung: $36 \cdot 30 \cdot 1,80 \text{ €} = \underline{1.944 \text{ €}}$
- Shark-Credit: $75 \text{ €} \cdot 12 \cdot 0,19 \cdot 2 = 342 \text{ €}$ (Zinsen)
 Gesamtzahlung: $1.800 \text{ €} + 342 \text{ €} = \underline{2.142 \text{ €}}$
 (+ 99 € Rest beim Kauf)
- Net-Kredit-Bank:
 $1.600 \text{ €} \cdot 0,065 \cdot 2 = 208 \text{ €}$ (Zinsen)
 Gesamtzahlung: $\underline{1.808 \text{ €}}$

6 • Der Geldteppich



- a) $3,60 \text{ €} =$ eine 2 €-Münze, eine 1 €-Münze, eine 50 Ct.-Münze, eine 10 Ct.-Münze, also insgesamt 4 Münzen
- b) Fläche aller Münzen: $(1,1125 \text{ cm})^2 \cdot 3,14 \cdot 18 \sim 70 \text{ cm}^2$
 $70 \text{ cm}^2 : 0,34 \sim \underline{206 \text{ cm}^2}$
- c) Turmhöhe: $2,14 \text{ mm} \cdot 18 = 38,52 \text{ mm} = \underline{3,85 \text{ cm}}$
 Volumen: $(1,1125 \text{ cm})^2 \cdot 3,14 \cdot 3,85 \text{ cm} \sim 14,96 \text{ cm}^3$
 Würfelhöhe: $\sqrt[3]{14,96 \text{ cm}^3} \sim \underline{2,46 \text{ cm}}$
- d) Turmgewicht: $5,74 \text{ g} \cdot 18 = 103,32 \text{ g}$
 Kupfergehalt: $103,32 \text{ g} \cdot 0,89 \sim \underline{91,95 \text{ g}}$



Preis: $1.990 \text{ €} \cdot 0,97 = 1.930,30 \text{ €}$
 Anzahl der Münzen: $1.930,30 \text{ €} : 0,20 \text{ €} = 9.652 \text{ Münzen}$
 $9.652 \cdot 2,14 \text{ mm} = 20.655,28 \text{ mm} \sim \underline{20,66 \text{ m}}$