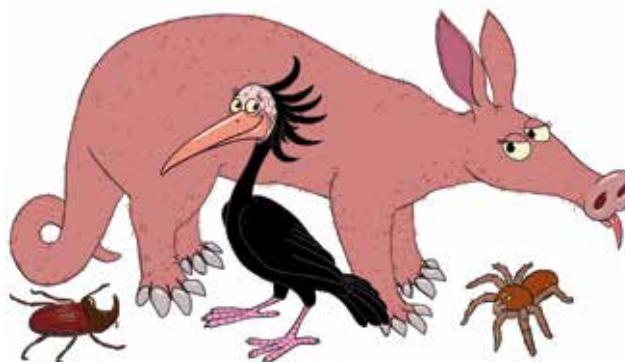




36

Ein Tiergarten übersiedelt. Ludmilla beobachtet die Tiere, die in Reiseboxen verladen werden. Sie zählt die Beine der Tiere und zu Mittag hat sie 60 Beine gezählt.



- a) Wie viele Tiere hat sie gesehen? Nenne die Tiere!
- b) Erfinde noch zwei weitere Lösungen!
- c) Stelle eine Lösung in Form einer Rechnung dar!
- d) Welches ist die größte Anzahl an Tieren, die sie gesehen haben könnte? Welche Tiere waren es?
- e) Welches ist die kleinste Anzahl an Tieren, die sie gesehen haben könnte? Welche Tiere waren es?
- f) Angenommen, sie hätte 40 Tiere gesehen. Wie viele Tierbeine könnte sie gezählt haben?



Eine Zahl, die eine andere ohne Rest teilt, nennt man **Teiler** dieser Zahl.
Alle Teiler der Zahl bilden die abzählbare Teilermenge.

Teiler treten immer paarweise auf.

Bildet ein Teiler mit sich selbst ein Paar, schreibt man ihn nur ein Mal in die Teilermenge.

$$T(20) = \{ \underbrace{1, 2, 4, 5, 10} \text{, } 20 \}$$

2 | 20 „2 ist Teiler von 20“

3 ∤ 20 „3 ist nicht Teiler von 20“

37

a) Bemale die Teiler der Zahlen 5 und 10 gelb!

Bemale die Teiler der Zahlen 2, 4 und 8 grün!

Bemale die Teiler der Zahlen 3, 6 und 9 rosa!

T_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_4	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_6	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_7	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
T_{10}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

b) Betrachte die Teiler und erkläre, was du entdeckt hast!



38

digi.schule/
gm2a38

WB

Z1 K1,2,4 R2



a) Im Ronacher kostet diese Karte für das Musical Mary Poppins _____ €.

b) Georg besucht das Musical mit seinen Eltern.

Wie viel kosten die Karten für 3 Personen, wenn alle Parkett Mitte sitzen?

c) Georg nimmt noch zwei Freundinnen mit, die auch bei ihnen sitzen.

Wie viel kosten die Tickets insgesamt?

d) Georg besucht das Musical mit seiner Klasse (25 Kinder).

Wie viel kosten die Karten? Begründe, warum der Preis dennoch abweichen kann!

Multipliziert man eine Zahl mit 1, 2, 3, ... so erhält man **Vielfache** dieser Zahl.

Alle Vielfachen der Zahl bilden die unendliche Vielfachenmenge.



$$V(2) = \{ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots \}$$



Wie heißen die Vielfachen von:

39

digi.schule/
gm2a39

Z1 K2 R1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2								
	4								
	6								
	8								
	10								
	12								
	14								
	16								
	18								
	20								
	22								



40

a) Gib die gesuchten Teilermengen an! Streiche gefundene Lösungen im Kästchen durch!

Folgende Zahl bleibt übrig: _____

$$T_{(20)} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \} \quad T_{(63)} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

$$T_{(27)} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \} \quad T_{(50)} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

$$T_{(30)} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \} \quad T_{(100)} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

1	3	20	100	2	7	4	30	1	3	2	4	1	50
2	63	3	25	1	2	10	11	25	1	5	50	10	20
	5	10	1	9	5	6	10	15	1	5	50	5	21

b) Gib die ersten fünf Glieder der gesuchten Vielfachmengen an!

Suche die Lösungen im Kästchen! Folgende Zahlen bleiben übrig: _____

$$V_{(11)} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \} \quad V_{(25)} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

$$V_{(12)} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \} \quad V_{(50)} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

$$V_{(20)} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \} \quad V_{(100)} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$$

400	25	20	500	7	80	44	48	100					
11	125		250	12	150	22	200	50					
24	50	33	200	40	100	300	60	100	55	60	36		75

41

a) Gib drei Vielfache von 2 an, die kleiner als 15 sind!

_____, _____, _____

b) Gib fünf Vielfache von 4 an, die größer als 20 sind!

_____, _____, _____, _____, _____

c) Gib zwei Vielfache von 2 an, die kleiner als 21 sind!

_____, _____

d) Gib drei Vielfache von 10 an, die größer als 35 sind!

_____, _____, _____

42

Setze das Zeichen I oder t richtig ein!

a) 2 20

b) 5 25

c) 3 13

d) 7 14

e) 7 73

f) 10 200

43

606				
	10 000			
		123	219	805
			201	
11 028	555		9 120	
		333		7 458
	1 255			

a) 2 ist Teiler von _____

b) 10 ist Teiler von _____

c) Formuliere für 2 und 10 eine Teilbarkeitsregel!



Teilbarkeitsregeln:

- 2 Eine Zahl ist durch **2** teilbar, wenn die Zahl gerade ist, z. B. 248, 9 990, 1 202, ...
das heißt, wenn an der letzten Stelle **2, 4, 6, 8** oder **0** steht.
- 3 Eine Zahl ist durch **3** teilbar, wenn ihre **Ziffernsumme** durch **3** teilbar ist. z. B. 291 weil $2 + 9 + 1 = 12$
123 weil $1 + 2 + 3 = 6$
- 5 Eine Zahl ist durch **5** teilbar, wenn an der letzten Stelle **0** oder **5** steht. z. B. 25 190, 9 195, ...
- 9 Eine Zahl ist durch **9** teilbar, wenn ihre **Ziffernsumme** durch **9** teilbar ist. z. B. 369 weil $3 + 6 + 9 = 18$
1 989 weil $1 + 9 + 8 + 9 = 27$
- 10 Eine Zahl ist durch **10** teilbar, wenn an der letzten Stelle **0** steht. z. B. 2 480, 2 170 010, ...



Kreuze in der Tabelle die Zahlen an, die ohne Rest teilbar sind!

44

teilbar durch:	25	100	120	321	837	1 440	5 445	3 765	9 912	56 214
2										
3										
5										
9										
10										

digi.schule/
gm2a44

Z1 K2 R1

a) Ergänze jeweils die letzte Ziffer so, dass die Zahl durch 3 teilbar ist! Gib alle drei Möglichkeiten an!

45

5 54.	1 22.	1 00.	21 41.	100 81.	25 87.
5 54.	1 22.	1 00.	21 41.	100 81.	25 87.
5 54.	1 22.	1 00.	21 41.	100 81.	25 87.

digi.schule/
gm2a45

Z1 K2 R1

b) Ergänze jeweils die letzte Ziffer so, dass die Zahl durch 9 teilbar ist!

4 54.	2 12.	4 00.	41 12.	800 11.	78 25.
-------	-------	-------	--------	---------	--------

Brigitte sammelt kleine Figuren. Sie will diese gleichmäßig auf drei Regale verteilen.

46

digi.schule/
gm2a46

Z1 K1,4 R2

a) Wie ist dies mit der hier abgebildeten Anzahl an Figuren möglich?

b) Welche Anordnung könnte sie wählen?
Begründe!

a) Bestimme alle durch 5 teilbaren Zahlen, die größer als 31, aber kleiner als 77 sind!

47

digi.schule/
gm2a47

Z1 K1,2 R1

b) Bestimme alle durch 10 teilbaren Zahlen, die größer als 111, aber kleiner als 222 sind!

c) Bestimme alle durch 3 teilbaren Zahlen, die größer als 43, aber kleiner als 69 sind!



digi.schule/
gm2a48

Z1 K2 R1

digi.schule/
gm2a49

Z1 K3,4 R2

digi.schule/
gm2a50

Z1 K1,3,4 R2

digi.schule/
gm2a51

Z1 K3 R1

digi.schule/
gm2a52

Z1 K1,2 R1

digi.schule/
gm2a53

Z1 K1,3 R1

digi.schule/
gm2a54

Z1 K1,3 R1

digi.schule/
gm2a55

Z1 K1,3,4 R3

digi.schule/
gm2a56

Z1 K3 R1

digi.schule/
gm2a57

Z1 K1,2 R1

digi.schule/
gm2a58

Z1 K1 R3

digi.schule/
gm2a59

Z1 K3,4 R3

- 48 Ergänze die letzte Ziffer so, dass die Zahl durch 3, aber nicht durch 9 teilbar ist!

a) 302 . b) 998 . c) 1009 . d) 8063 . e) 4232 . f) 738 .

- 49 Welche Aussage trifft zu? Begründe und nenne Beispiele!

- a) Eine durch 10 teilbare Zahl ist auch durch 5 teilbar.
- b) Eine durch 100 teilbare Zahl ist auch durch 10 teilbar.
- c) Eine durch 9 teilbare Zahl ist auch durch 3 teilbar.
- d) Eine durch 3 teilbare Zahl ist auch durch 9 teilbar.
- e) Eine durch 100 teilbare Zahl ist auch durch 5 teilbar.
- f) Eine durch 2 und 3 teilbare Zahl ist auch durch 6 teilbar.

- 50 In einer Schule wird für das Jugendrotkreuz von jedem Schüler und von jeder Schülerin 3 Euro gespendet. Nach der Sammlung wurden 1 273 € gezählt.

Hat jede Schülerin und jeder Schüler den vereinbarten Betrag gespendet? Begründe!

- 51 Verwende die Teilbarkeitsregeln und setze l oder t ein!

- a) 9 913 c) 3 (17·9) e) 2 1232 g) 3 (5·18) i) 3 (30·24) k) 2 811
- b) 5 525 d) 5 (23+122) f) 10 120 h) 5 3·25 j) 3 1008 l) 10 10·30

- 52 Nenne alle Vielfachen von 11, die größer als 60, aber kleiner als 120 sind!

- 53 Ein Händler verkauft auf dem Flohmarkt alle Artikel um denselben Preis. Am Abend zählt er seine Einnahmen. Er hat 342 € eingenommen.

Wie viel hat der Händler für einen Artikel verlangt? Gibt es mehrere Möglichkeiten?

- 54 Insgesamt 56 Musikanten und Musikantinnen einer Blasmusikkapelle marschieren in Reihen zum Dorffest. In jeder Reihe befinden sich gleich viele Musikanten und Musikantinnen. Aus wie vielen Reihen kann diese Formation bestehen? Gib drei verschiedene Möglichkeiten an!

- 55 Wie könnte eine Teilbarkeitsregel für 6 lauten?

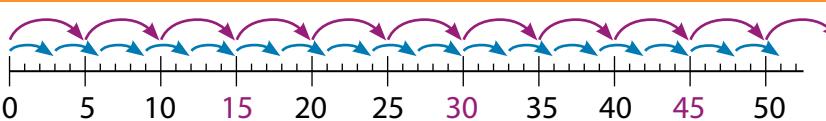
Gib Beispiele dafür an!

- 56 Setze für y eine natürliche Zahl ein, damit eine wahre Aussage entsteht!

- a) $y \mid 33$
- b) $8 \mid y$
- c) $y \mid 81$
- d) $y \mid 64$
- e) $11 \mid y$
- f) $5 \mid y$

- 57 Suche 3 Zahlen, die durch 2, 3 und 4 teilbar sind! Formuliere deine Vermutung, wie du solche Zahlen bilden kannst, und überprüfe sie durch Divisionen!

- 58 Wie lautet die kleinste dreistellige Zahl, die durch 9 teilbar ist?



Was haben die Zahlen 15, 30 und 45 gemeinsam? Erkläre!



Schaltjahre sind Jahre, die einen zusätzlichen Tag haben. Man hat ihn auf den 29. Februar festgesetzt. Ein Jahr ist ein Schaltjahr, wenn seine Jahreszahl durch 4 teilbar ist. Nur jene vollen Jahrhunderte sind Schaltjahre, deren Jahreszahl durch 400 teilbar ist.

60

a) Welche Jahre sind Schaltjahre?

1548; 1716; 1800; 1818; 1992; 2008; 2030

b) Wie lauten die nächsten 5 Schaltjahre?

c) Welche Schaltjahre hast du schon erlebt?

digi.schule/
gm2a60Gregorianischer
Kalender

BL

Z1 K1,3 R2

Teilbarkeitsregel:

$$4 \cdot 25 = 100 \quad 4 \mid 100 \\ 25 \mid 100$$



- 4 Eine Zahl ist durch **4** teilbar, wenn die aus den **beiden letzten Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar** ist. z. B. 3632 → 4 | 32
4 | 3600

$$4672 \rightarrow 4 \mid 72 \\ 4 \mid 4600$$

- 25 Eine Zahl ist durch **25** teilbar, wenn die aus den **beiden letzten Ziffern gebildete Zahl durch 25 teilbar** ist. z. B. 3675 → 25 | 75
25 | 3600

$$4650 \rightarrow 25 \mid 50 \\ 25 \mid 4600$$

Kreuze das Kästchen an, wenn die Zahl ohne Rest teilbar ist!

61

digi.schule/
gm2a61

teilbar durch	175	612	3 625	7 572	86 640	48 500	10 384	21 580	2 000	17 878
4										
25										
100										

Gegeben ist die Zahl 1 694 066.

62

digi.schule/
gm2a62

- a) Ändere die letzte Ziffer so, dass diese Zahl durch 4 teilbar ist!
b) Ändere die vorletzte Ziffer so, dass diese Zahl durch 4 teilbar ist!

Z1 K2 R1

Überprüfe folgende Aussagen, wenn $x = 9$ und $y = 18$ ist!

63

digi.schule/
gm2a63

- a) $3 \mid (x + y)$ b) $3 \mid (y - x)$ c) $3 \mid (x \cdot y)$ d) $3 \mid (y : x)$



32 Buben haben sich für ein Tennisturnier angemeldet. Das Turnier wird nach dem K.o.-System gespielt, die Verlierer scheiden aus. Die Gewinner spielen in der nächsten Runde.

64

digi.schule/
gm2a64

Z1 K1,2,3 R2

- a) Wie viele Spieler sind in der 2. Runde?
b) Wie viele Spieler sind im Halbfinale?
c) Wie oft muss ein Spieler gewinnen, damit er das Turnier gewonnen hat?

Suche im Internet nach österreichischen TennisspielerInnen, die ein „Grand Slam“ - Turnier gewonnen haben!



65

Eratosthenes von Kyrene, ein griechischer Mathematiker, erfand vor mehr als 2 000 Jahren eine Methode, um besondere Zahlen ohne jede Rechnung herauszufinden.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Gehe wie folgt vor:

- ▶ Streiche die Zahl 1!
- ▶ Umrahme die Zahl 2 und streiche alle Vielfachen von 2 durch!
- ▶ Umrahme die Zahl 3 und streiche alle Vielfachen von 3 durch!
- ▶ Umrahme die Zahl 5 und streiche alle Vielfachen von 5 durch!
- ▶ Umrahme die Zahl 7 und streiche alle Vielfachen von 7 durch!

Du hast gerade das
„Sieb des Eratosthenes“ benutzt!

a) Folgende Zahlen wurden nicht gestrichen:

2, 3, 5, 7, _____

b) Bilde die Teilermengen von diesen Zahlen! Erkläre, was dir auffällt!



Primzahlen sind natürliche Zahlen, die nur durch 1 und sich selbst teilbar sind.
2 ist die kleinste Primzahl. Die Zahl 1 gilt nicht als Primzahl.

66

Zerlege die folgenden Zahlen in ein Produkt zweier Primzahlen!

a) 6 b) 22 c) 26 d) 35 e) 51 f) 57



Die Zerlegung einer natürlichen Zahl in ein Produkt von Primzahlen heißt **Primfaktorenzerlegung**.

z. B.

$$\begin{array}{c|c} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

60 = 2 · 2 · 3 · 5

- ▶ Dividiere durch die kleinste in der Zahl enthaltene Primzahl (2)!
- ▶ Schreibe den Quotienten (30) unter die Ausgangszahl!
- ▶ Dividiere wieder durch die kleinste enthaltene Primzahl (2)!
- ▶ Schreibe den Quotienten (15) unter die Ausgangszahl!
- ▶ 15 lässt sich nicht durch 2 teilen - verwende daher die nächst größere Primzahl (3)!
- ▶ Fahre so fort, bis du das Ergebnis 1 erhältst!



67

Zerlege in ein Produkt von Primfaktoren!

a) 12 b) 25 c) 54 d) 96 e) 120 f) 160

68

Kreuze an, welche Zahlen in ein Produkt von Primfaktoren zerlegt wurden!

a) $6 = 2 \cdot 3$ b) $60 = 2 \cdot 10 \cdot 3$ c) $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ d) $24 = 2 \cdot 12$